

№240

$$z = \cos y + (y - x) \sin y; \quad F = (x - y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y}$$

Находим частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\sin y$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\cos y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\sin y + \sin y + (y - x) \cos y = (y - x) \cos y$$

Подставляем в функцию F, получаем:

$$(x - y)(-\cos y) - (y - x) \cos y = (y - x) \cos y - (y - x) \cos y = 0.$$

№250

$$z = xy + 2y^2 - 2x; \quad A(1;2), \quad B(0,97;2,03)$$

$$1) z(B) = 0,97 * 2,03 + 2 * 2,03^2 - 2 * 0,97 = 8,2709$$

$$z(A) = 1 * 2 + 2 * 2^2 - 2 * 1 = 8$$

$$z(\bar{B}) = z(A) + \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_A (x - x_0) + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_A (y - y_0)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (xy + 2y^2 - 2x)'_x = y - 2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (xy + 2y^2 - 2x)'_y = x + 4y$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_A = (y - 2) \Big|_{(1;2)} = 2 - 2 = 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_A = (x + 4y) \Big|_{(1;2)} = 1 + 4 * 2 = 9$$

$$z(\bar{B}) = 8 + 0(0,97 - 1) + 9(2,03 - 2) = 8,27$$

$$\frac{|z(B) - z(\bar{B})|}{z(B)} * 100\% = \frac{8,2709 - 8,27}{8,2709} * 100\% = 0,0109\%$$

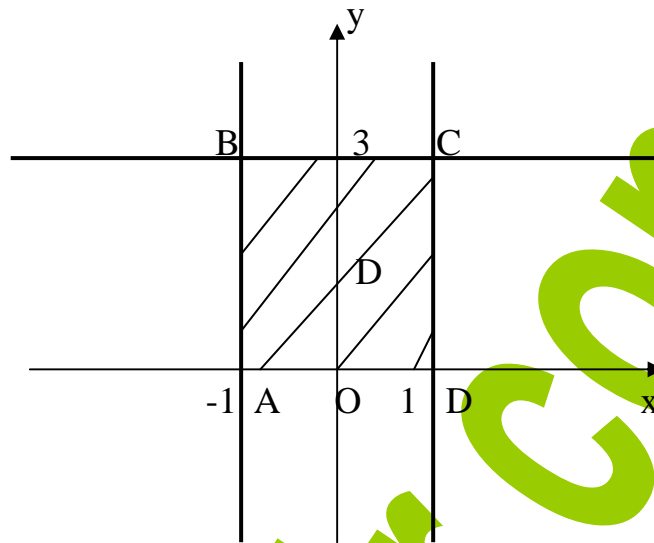
$$\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_A (x - x_0) + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_A (y - y_0) - 1(z - z_0) = 0$$

$$0(x - 1) + 9(y - 2) - 1(z - 8) = 0$$

$$9y - z - 10 = 0.$$

№260

$$z = x^2 + xy; \quad -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 3$$



$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} = x = 0 \end{cases} \Rightarrow p(0,0) - \text{стационарная точка}$$

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (2x + y)'_x = 2$$

$$B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (2x + y)'_y = 1$$

$$C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x'_y = 0$$

$$\Delta = AC - B^2 = 2 \cdot 0 - 1^2 = -1 < 0 \Rightarrow \text{экстремума в } (0;0) \text{ нет}$$

$$z(p) = 0$$

$$z(A) = 1 + 0 = 1$$

$$z(B) = 1 - 3 = -2$$

$$z(C) = 1 + 3 = 4$$

$$z(D) = 1 + 0 = 1$$

При  $x = -1$   $z = 1 - y$ ;  $z'_y = -1 \neq 0$  экстремума нет

При  $x = 1$   $z = 1 + y$ ;  $z'_y = 1 \neq 0$  экстремума нет

При  $y = 0$   $z = x^2$ ;  $z'_x = 2x = 0 \Rightarrow p(0,0)$

При  $y = 3$   $z = x^2 + 3x$ ;  $z'_x = 2x + 3 = 0$

$$2x + 3 = 0 \quad x = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

$(-1,5;3)$  - не лежит в области D

Ответ :

$$y_{\text{наим}} = y(B) = -2$$

$$y_{\text{наиб}} = y(C) = 4. \quad \text{http://kvadromir.com} \text{ — физика и математика для заочников}$$

$$z = 3x^2y^2 + 5xy^2; \quad A(1;1), \quad \bar{a}(2;1)$$

$$1) \quad \overline{\text{grad}}_z(A) = \left( \frac{\partial z}{\partial x}(A); \frac{\partial z}{\partial y}(A) \right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 6xy^2 + 5y^2; \quad \frac{\partial z}{\partial x}(A) = 6 + 5 = 11$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 6x^2y + 10xy; \quad \frac{\partial z}{\partial y}(A) = 6 + 10 = 16$$

$$\overline{\text{grad}}_z(A) = (11;16)$$

$$2) \quad \frac{\partial z}{\partial \bar{a}}(A) = \frac{\partial z}{\partial x}(A) \cos \alpha + \frac{\partial z}{\partial y}(A) \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = \frac{2}{\sqrt{4+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \bar{a}}(A) = 11 * \frac{2}{\sqrt{5}} + 16 * \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{22+16}{\sqrt{5}} = \frac{38}{\sqrt{5}}$$

№280

Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице:

x	1	2	3	4	5
y	5,9	6,9	5,4	3,4	3,9

Методом наименьших квадратов найти функцию вида  $y = ax + b$  выражающую приближённо (аппроксимирующую) функцию  $y = f(x)$ . Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экстремальные точки и график аппроксимирующей функции  $y = ax + b$

$$y = \varphi(x, a, b) = ax + b$$

Раассмотрим сумму квадратов разностей экстремальных значений  $y_i$  и значений

функции  $\varphi(x, a, b)$  в соответствующих точках.  $S(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2$

Найдём стационарные точки функции:

	x	y	x <sup>2</sup>	xy
	1	5,9	1	5,9
	2	6,9	4	13,8
	3	5,4	9	16,2
	4	3,4	16	13,6
	5	3,9	25	19,5
Σ	15	25,5	55	69

$$\begin{cases} \frac{DS}{Da} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i(ax_i + b)] * x_i = 0 \\ \frac{DS}{Db} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i x_i - a \sum_{i=1}^n x_i^2 - b \sum_{i=1}^n x_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i - bn = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 69 - a * 55 - b * 15 = 0 \\ 25,5 - a * 15 - b * 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a * 55 + 15b = 69 \\ a * 15 + 5b = 25,5 \end{cases} (-3)$$

$$10a = -7,5$$

$$a = -0,75$$

$$b = \frac{25,5 - 15(-0,75)}{5} = 7,35$$

$$y = -0,75x + 7,35.$$

