№ 232

$$z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$$

$$F = x^2\frac{\partial z}{\partial x} - xy\frac{\partial z}{\partial y} + y^2$$

Находим частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{y^2}{3x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-(xy)^2}} * y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{3x} + \frac{1}{\sqrt{1-(xy)^2}} * x$$

Подставляем в функцию F, получим:

$$x^2\left(-\frac{y^2}{3x^2} + \frac{y}{\sqrt{1-(xy)^2}}\right) - xy\left(\frac{2y}{3x} + \frac{x}{\sqrt{1-(xy)^2}}\right) + y^2 = -\frac{y^2}{3} + \frac{yx^2}{\sqrt{1-(xy)^2}} - \frac{2}{3} * y^2 - \frac{x^2y}{\sqrt{1-(xy)^2}} + y^2 =$$

$$= -\frac{y^2}{3} - \frac{2y^2}{2} + \frac{3y^2}{3} = 0.$$

http://kvadromir.com — физика и математика для заочников

№ 242

$$z = 3x^2 - xy + x + y; \quad A(1;3); B(1{,}06;2{,}92).$$

$$1) z_1 = (B) = 3*(1{,}06)^2 - 1{,}06*2{,}92 + 1{,}06 + 2{,}92 = 3{,}3708 - 3{,}0952 + 1{,}06 + 2{,}92 = 4{,}2556.$$

$$2) \bar{z}_1(B) = z(A) + z'_x(A)\Delta x + z'_y(A)\Delta y$$

$$z(A) = 3 - 3 + 1 + 3 = 4$$

$$z'_x = 6x - y + 1; z'_x(A) = 6 - 3 + 1 = 4$$

$$z'_y = -x + 1; z'_y(A) = -1 + 1 = 0$$

$$\Delta x = 1{,}06 - 1 = 0{,}06$$

$$\Delta y = 2{,}92 - 3 = -0{,}08$$

$$\bar{z}_1(B) = 4 + 4*0{,}06 + 0(-0{,}08) = 4 + 0{,}24 = 4{,}24$$

$$3) \varepsilon = \frac{|z_1(B) - \bar{z}_1(B)|}{z_1(B)} * 100\% = \frac{|4{,}2556 - 4{,}24|}{4{,}2556} * 100\% \approx 0{,}37\%$$

4) Уравнение касательной плоскости:

$$z - z_0 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_c (x - x_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_c (y - y_0)$$

Получаем:

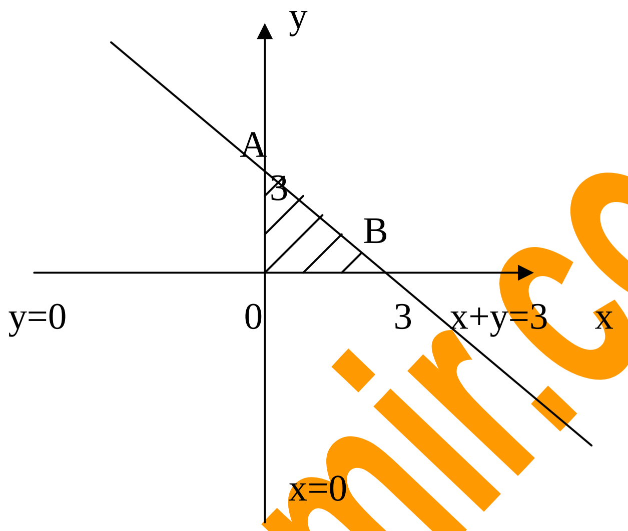
$z - 4 = 4(x-1) + 0(y-3)$ или

$z - 4 = 4(x-1)$ или

$z - 4x = 0.$

№252

$z = x^2 + 2y^2 + 1, \qquad x \ge 0,\ y \ge 0,\ x + y \le 3.$



$$\begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = 2x = 0 \\ \dfrac{\partial z}{\partial y} = 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow p_1(0;0);\ z(p) = 1$$

При $x = 0$ $z = 2y^2 + 1;$ $\dfrac{\partial z}{\partial y} = 4y = 0 \Rightarrow p_1(0;0)$

При $y = 0$ $z = x^2 + 1;$ $\dfrac{\partial z}{\partial x} = 2x = 0 \Rightarrow p_1(0;0)$

При $x = 3 - y;$ $z = (3 - y)^2 + 2y^2 + 1;$

$\dfrac{\partial z}{\partial y} = -2(3 - y) + 4y = -6 + 6y = 0 \Rightarrow$

$y = 1;\ \ x = 3 - 1 = 2 \Rightarrow$

$p_2(2;1)$

$z(p_2) = 4 + 2 + 1 = 7$

$z(A) = 2 * 9 + 1 = 19$

$z(B) = 9 + 1 = 10$

Ответ: $z_{наим} = z(0;0) = 1$

$z_{наиб} = z(A) = 19.$

№262

$z = 2x^2 + 3xy + y^2;\ A(2;1), \overline{a}(3;-4)$

$1)\ \overline{grad}z(A) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}(A); \frac{\partial z}{\partial y}(A)\right)$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 4x + 3y$

$\frac{\partial z}{\partial x}(A) = 2*4 + 3*1 = 8 + 3 = 11$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 3x + 2y$

$\frac{\partial z}{\partial y}(A) = 3*2 + 2*1 = 6 + 2 = 8$

$\overline{grad}z(A) = (11;8)$

$2)\ \frac{\partial z}{\partial \overline{a}}(A) = \frac{\partial z}{\partial x}(A)\cos\alpha + \frac{\partial z}{\partial y}(A)\cos\beta$

$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = \frac{3}{\sqrt{9+16}} = \frac{3}{5}$

$\cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} = -\frac{4}{5}$

$\frac{\partial z}{\partial \overline{a}}(A) = 11\frac{3}{5} + 8*\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{33-32}{5} = \frac{1}{5}.$

№272

x	1	2	3	4	5
y	4,5	5,5	4,0	2,0	2,5

Подберём параметры a и b так, чтобы функция y=ax+b наилучшим образом описывала рассматриваемую зависимость.

Параметры a и b находятся из системы уравнений:

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + bn\sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Составим расчётную таблицу:

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	1	4,5	1	4,5
2	2	5,5	4	11
3	3	4,0	9	12
4	4	2,0	16	8
5	5	2,5	25	12,5
Σ	15	18,5	55	48

Система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} 55a + 16b = 48 \\ 15a + 5b = 18{,}5 \end{cases}$$

$$5b = -15a + 18{,}5$$

$$55a - 45a + 55{,}5 = 48$$

$$10a = -7{,}5 \Rightarrow a = -0{,}75, b = \frac{11{,}25 + 18{,}5}{5} = 5{,}95$$

Искомая линейная функция имеет вид:

$$y = -0{,}75x + 5{,}95.$$