Высшая математика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальносте высших учебных заведений под редакцией Ю.С. Арутюнова.

Контрольная работа 6. Вариант 1.
Задачи № 521, 531, 541, 551, 561, 571.

№521

$n = 60$ вопросов в программе

$\text{k} = 45$ вопросов знает студент

M - все три вопроса знает студент.

$$а)\ p(M) = \frac{C_{45}^{3} C_{15}^{0}}{C_{60}^{3}} = \frac{\frac{45!}{3!42!} * \frac{15!}{0!15!}}{\frac{60!}{3!57!}} = \frac{\frac{43*44*45}{1*2*3} * 1}{\frac{58*59*60}{1*2*3}} = \frac{43*44*45}{58*59*60} = 0{,}4147$$

б) k - только два вопроса

$$p(k) = \frac{C_{45}^{2} C_{15}^{1}}{C_{60}^{3}} = \frac{\frac{45!}{2!*43} * \frac{15!}{1!14!}}{\frac{60!}{3!57!}} = \frac{\frac{44*45}{1*2} * 15}{\frac{58*59*60}{1*2*3}} = \frac{44*45*3}{58*59*4} = 0{,}4340$$

в) N – только один вопрос знает студент

$$p(N) = \frac{C_{45}^{1} C_{15}^{2}}{C_{60}^{3}} = \frac{\frac{45!}{1!44!} * \frac{15!}{2!13!}}{\frac{60!}{3!57!}} = \frac{45 \frac{14*15}{2}}{\frac{58*59*60}{1*2*3}} = 0{,}1381.$$

№531

$p_1 = 0{,}1,\ \ V(x) = 3{,}9,\ \ \ D(x) = 0{,}09$

Найдём

$$p_2 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$$

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 = 3{,}9$$

$$x_1 * 0{,}1 + x_2 p_2 = 3{,}9$$

$$x_1 = \frac{3{,}9 - x_2 p_2}{0{,}1}$$

$$x_1 = 39 - 9x_2$$

$$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = 0{,}09$$

$$x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 - (3{,}9)^2 = 0{,}09$$

$$x_1^2 0{,}1 + x_2^2 0{,}9 = 15{,}3$$

Подставляем в это уравнение выражение для x_1, *получаем*:

$$(39 - 9x_2)^2 0{,}1 + 0{,}9x_2^2 = 15{,}3$$

$$(1521 - 702x_2 + 81x_2^2)0{,}1 + 0{,}9x_2^2 = 15{,}3$$

$$152{,}1 - 70{,}2x_2 + 8{,}1x_2^2 + 0{,}9x_2^2 = 15{,}3$$

$$9x_2^2 - 70{,}2x_2 + 136{,}8 = 0$$

$$x_2^2 - 7{,}8x_2 + 15{,}2 = 0$$

$$D = 0{,}04$$

$$x_2^{(1)} = \frac{7{,}8 - 0{,}2}{2} = 3{,}8; \quad x_2^{(2)} = \frac{7{,}8 + 0{,}2}{2} = 4$$

$x_1^{(1)} = 39 - 9 * 3{,}8 = 4{,}8$ – противоречит условию $x_1 < x_2$

$$x_z^{(2)} 39 - 9 * 4 = 3$$

Искомый закон распределения:

x	3	4

№541

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\in 0\\ x^2, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

а) Плотность распределения вероятностей:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 2x, & 0<x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$$

б) Мат. ожидание:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx=\int_0^1 2x^2dx=\frac{2}{3}x^3\Big|_0^1=\frac{2}{3}$$

в) Дисперсия:

$$D(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2 f(x)dx-(M(x))=\int_{-\infty}^{0}x^2*0dx+\int_0^1 x^2*2xdx+\int_1^{+\infty}x^2*0dx-\left(\frac{2}{3}\right)^2=0+2\int_0^1 x^3dx+0-\frac{4}{9}=$$

$$=2*\frac{x^4}{4}\Big|_0^1-\frac{4}{9}=\frac{1}{2}(1^4-0^4)-\frac{4}{9}=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=0{,}0556.$$

№551

$a = 10,\ \ \sigma = 4,\ \ \alpha = 2,\ \ \ \beta = 13$

Вероятность того, что случайная величина X приняла значение из интервала $(\alpha \beta)$ равна:

$$p(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

Подставим значения $a,\ \sigma,\ \alpha,\ \beta$

$$p(2 < x < 13) = \Phi\left(\frac{13-10}{4}\right) - \Phi\left(\frac{2-10}{4}\right) = \Phi(0{,}75) - \Phi(-2) = 0{,}2734 + 0{,}4772 = 0{,}7506.$$

http://kvadromir.com — физика и математика для студентов

№561

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

$$p_2 = p_1^2$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}1*0{,}1+0{,}9*0{,}2 & 0{,}1*0{,}9+0{,}9*0{,}8 \\ 0{,}2*0{,}1+0{,}2*0{,}2 & 0{,}2*0{,}9+0{,}8*0{,}8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}19 & 0{,}81 \\ 0{,}18 & 0{,}82 \end{pmatrix}.$$

№571

$\gamma = 0{,}95, \quad \bar{x} = 75{,}17, \quad n = 36, \quad \sigma = 6$

Для нахождения доверительного интервала для a воспользуемся формулой:

$$\bar{x} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Исходный доверительный интервал:

$73{,}21 < a < 77{,}13.$