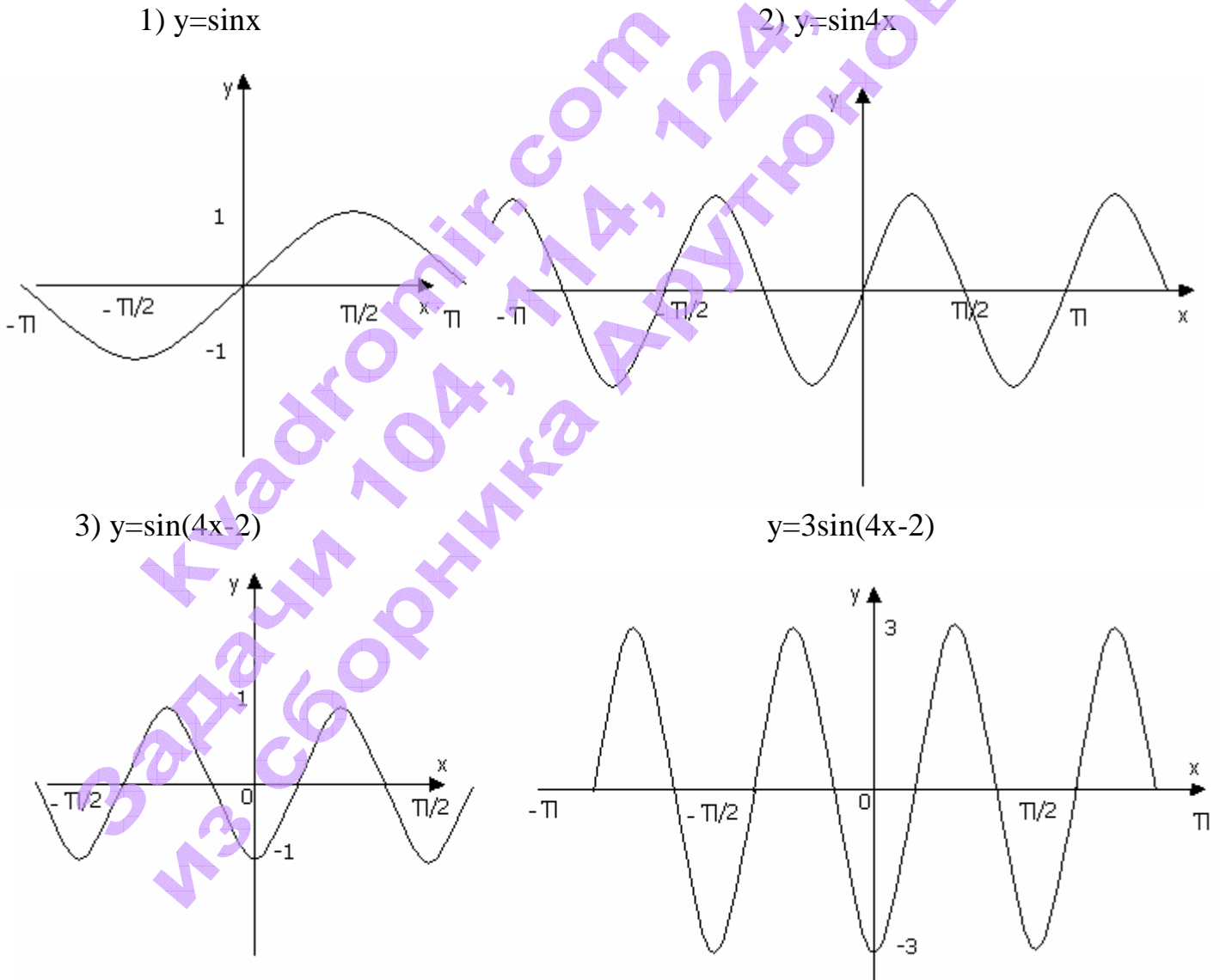


№104

$$y=3\sin(4x-2)$$

В качестве исходного возьмём график функции $y=\sin x$. Затем строим $y=\sin 4x$ сжатием в 4 раза вдоль оси Ox . Затем строим $y=\sin 4(x-1/2)$ сдвигом на $1/2$ вправо и, наконец, получаем $y=3\sin(4x-2)$ растяжением в 3 раза вдоль оси ординат.



$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^4}}{2 - \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^4}} = \frac{3}{2}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{(\sqrt{1+3x}-1)(\sqrt{1+3x}+1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{1+3x-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{3x} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+3x}+1) = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x} &= \left. \begin{array}{l} \arctg x = y; \quad tgy = x \\ x \rightarrow 0; \quad y \rightarrow 0 \end{array} \right| = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{5tgy}{y} = \\ &= 5 \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{\cos yy} = 5 \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} * \frac{1}{\cos y} = 5 * 1 * \frac{1}{1} = 5. \end{aligned}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = 1^{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \left. \begin{array}{l} 2x = \frac{1}{t}; \quad x = \frac{1}{2t} \\ \text{при } x \rightarrow 0; \quad t \rightarrow \infty \end{array} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{2t} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^2 = e^2.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№124

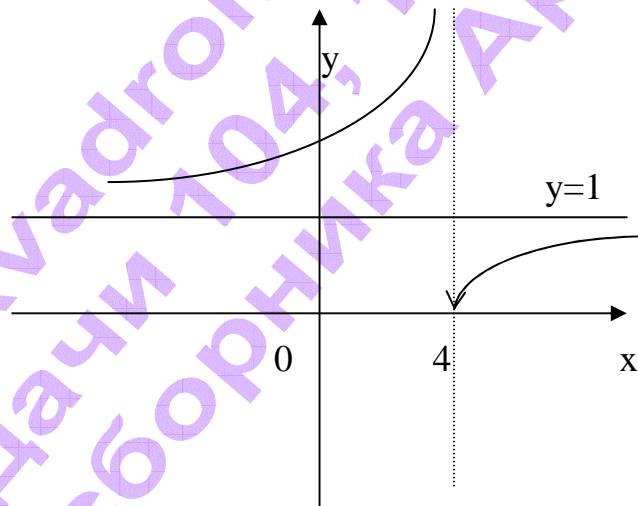
$$f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}; \quad x_1 = 2; x_2 = 4$$

1) Функция определена всюду, за исключением точки $x = 4$, которая является точкой разрыва функции. Следовательно, $x_1 = 2$ не является точкой разрыва

$$1) \lim_{x \rightarrow 4-0} 3^{\frac{1}{4-x}} = 3^{\frac{1}{4-(4-0)}} = 3^{\frac{1}{4-4+0}} = 3^{\frac{1}{0}} = 3^{+\infty} = +\infty;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 4+0} 3^{\frac{1}{4-x}} = 3^{\frac{1}{4-(4+0)}} = 3^{\frac{1}{4-4-0}} = 3^{\frac{1}{-0}} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0;$$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\frac{1}{4-x}} = 1 \Rightarrow y = 1$ - горизонтальная асимптота.



<http://kvadromir.com> — физика и математика для заочников

Задана функция $y = f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертёж.

Решение :

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Область определения функции $f(x)$ является вся числовая ось.

На интервалах

$(-\infty; 0]$ $(0; 1)$ $(1; \infty)$

функция непрерывна, т.к. на этих промежутках она задана элементарными функциями.

Поэтому разрывы возможны лишь в точках $x = 0$, $x = 1$, в которых изменяется аналитическое задание функции.

Исследуем на непрерывность точку $x = 0$.

$$f(0) = \cos x|_{x=0} = \cos 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} (x^2 + 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = f(0) = 1 \Rightarrow \text{в точке } x = 0 \text{ функция непрерывна.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} (x^2 + 1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} x = \lim_{x \rightarrow 1+0} = 1 + 0 = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} x = 1 \Rightarrow \text{в точке } x = 1 \text{ функция имеет разрыв 1-ого рода т.к. } \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$$

скачок функции равен :

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 1 - 2 = -1.$$

