Задачи 106, 116, 126, 136

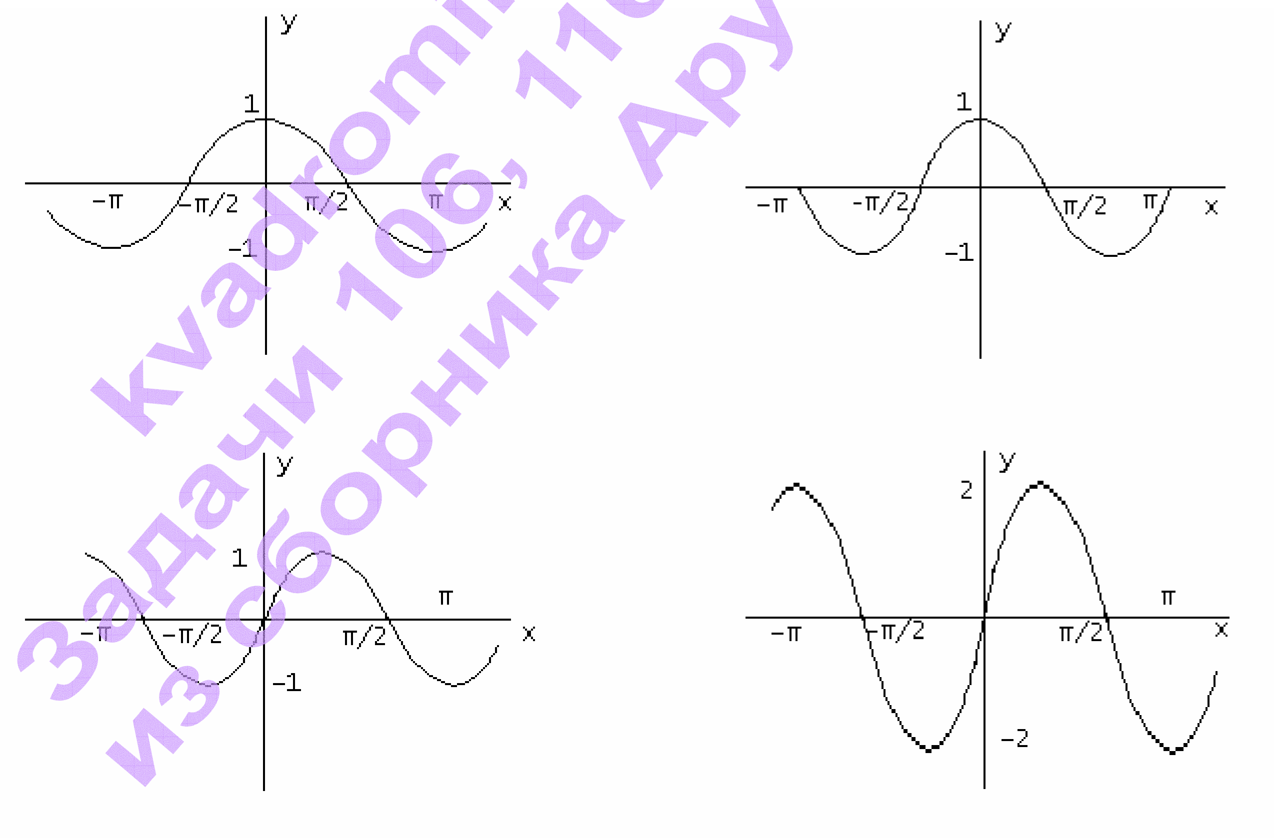
http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№106

$y = 2\cos\left(\frac{3}{2}x - 1\right)$

В качестве исходного возмём график функции $y = \cos x$, после этого строим $y = \cos\frac{3}{2}x$ сжатием вдоль оси OX в 1,5 раза. Потом строим график функции $y = \cos\left(\frac{3}{2}x - 1\right)$ сдвигом на 1 ед. вправо вдоль оси абсцисс. И наконец, растяжением в два раза вдоль оси ординат, получаем график функции $y = 2\cos\left(\frac{3}{2}x - 1\right)$.

1) y=cosx 2) y=cos3/2 x



3) y=cos(3/2x –1) 4) y=2cos(3/2x –1)

№ 116

$$а)\ \lim_{x\to\infty}\frac{3+x+5x^4}{x^4-12x+1}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3+x+5x^4}{x^4-12x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^4}+\frac{1}{x^3}+5}{1-\frac{12}{x^3}+\frac{1}{x^4}}=5$$

$$б)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x})(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1+2x})}{x(1+x)(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1-2x})}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1+3x-1+2x}{x(1+x)(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1-2x})}=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{x(1+x)(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1-2x})}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{x(1+x)(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1-2x})}=\frac{5}{1*2}=\frac{5}{2}$$

$$в)\lim_{x\to 0}\frac{x^2 ctg 2x}{\sin 3x}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2 ctg 2x}{\sin 3x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\cos 2x}{\sin 3x \sin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x}{\frac{\sin 3x \sin 2x}{x^2}}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x}{\frac{\sin 3x}{x}*\frac{\sin 2x}{x}}=\frac{1}{3*2}=\frac{1}{6}$$

$$г)\ \lim_{x\to+\infty}(2x+1)\left[\ln(x+3)-\ln x\right]=\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}(2x+1)\left[\ln(x+3)-\ln x\right]=\lim_{x\to+\infty}(2x+1)\ln\frac{x+3}{x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2x+1}=\left|\begin{array}{c}\frac{3}{x}=\frac{1}{t};\ x=3t\\ при\ x\to+\infty;\ t\to+\infty\end{array}\right|=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)^{6t+1}=\lim_{x\to+\infty}\ln\left[\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right]^{6}*\left(1+\frac{1}{t}\right)=\lim_{x\to+\infty}\ln(e^6*1)=6$$

№126

$$f(x)=10^{\frac{1}{7-x}}, \quad x_1=5; \quad x_2=7$$

При $x=5$ функция непрерывна, т.к. $\lim\limits_{x\to5}10^{\frac{1}{7-x}}=\sqrt{10}$

При $x=7$ функция разрывается, т.к. предел не существует.

Найдём пределы слева и справа от этой точки.

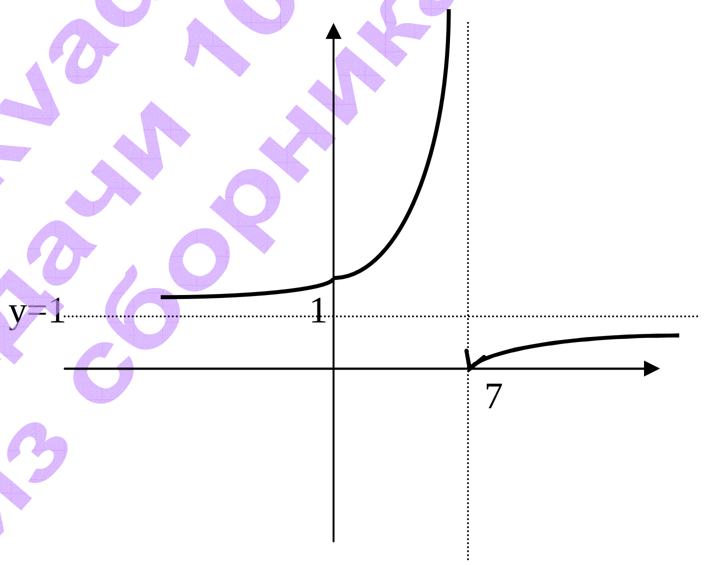
$$\lim_{x\to7-0}10^{\frac{1}{7-x}}=10^{\frac{1}{7-(7-0)}}=10^{\frac{1}{7-7+0}}=10^{\frac{1}{0}}=10^{+\infty}=+\infty;$$

$$\lim_{x\to7+0}10^{\frac{1}{7-x}}=10^{\frac{1}{7-(7+0)}}=10^{\frac{1}{7-7-0}}=10^{\frac{1}{-0}}=10^{-\infty}=\frac{1}{10^{+\infty}}=\frac{1}{+\infty}=0$$

$y=1-$ горизонтальная асимптота.

Сделаем чертёж :

(схематично).



№136

$$f(x)=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ \sin x, & 0<x\le\pi\\ x-2, & x>\pi\end{cases}$$

На интервале (-∞;0) и (π;+∞) функция непрерывна как линейная. На интервале (0;π) функция непрурывна как тригонометрическая.

Исследуем точки $x=0$ $x=\pi$ на непрерывность $\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0} -x=0$ – левосторонний предел f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\sin x=0$ – правосторонний предел f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=f(0)=0,$ т.е. $x=0$ точка непрерывности

$\lim\limits_{x\to \pi-0} f(x)=\lim\limits_{x\to \pi}\sin x-0$ – левосторонний предел f(x) при $x\to\pi$

$\lim\limits_{x\to \pi+0} f(x)=\lim\limits_{x\to \pi}x-2=\pi-2$ – правостороонний предел f(x) при $x\to\pi$

$\lim\limits_{x\to \pi-0} f(x)\ne\lim\limits_{x\to \pi+0} f(x),$ т.е. $x=\pi$ - точка разрыва

Строим график:

При $x\in(-\infty;0]$ - график прямая линия

При $x\in(0;\pi]$ – график синусоида

При $x\in(\pi;+\infty]$ – график прямая линия.