Сборник задач по высшей математике Арутюнова Ю.С. вариант 1 контрольная работа 3

Задачи 107, 117, 127, 137

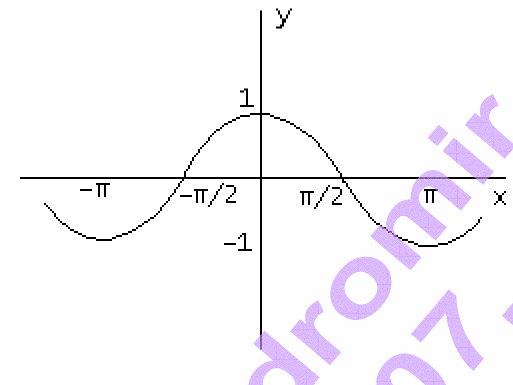
http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

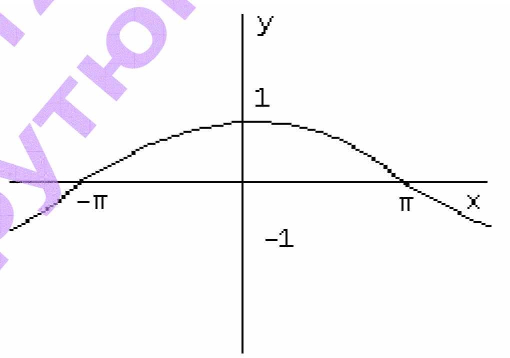
№107

$$Y = \frac{3}{2}\cos\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

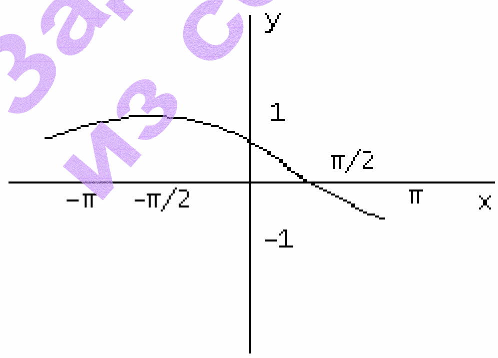
В качестве исходного возьмём график $y = \cos x$. Затем строим график функции $y = \cos\frac{x}{2}$ растяжением вдоль оси абсцисс в 2 раза.

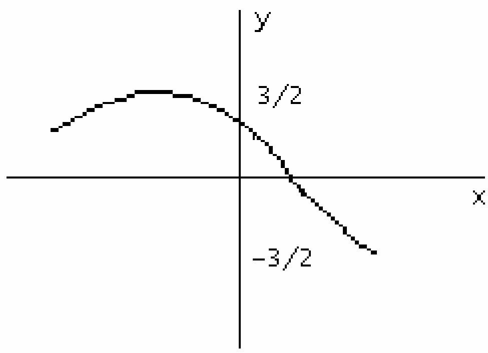
1) y=cosx





После этого строим график функции $y = \cos\frac{1}{2}(x+2)$ сдвигом на 2 единицы влево. И, наконец, растяжением в $\frac{3}{2}$ раза вдоль оси ординат последнего графика, получаем искомый график функции $y = \frac{3}{2}\cos\left(\frac{x}{2}+1\right)$





Задачи 107, 117, 127, 137

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№ 117

$$а)\lim_{x\to\infty}\frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^2}+5}{\frac{2}{x^4}+\frac{3}{x^2}+1}=5$$

$$б)\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}=\left|\begin{array}{c}\sqrt{1+3x^2}-1\sim 2x\\ x\to 0\end{array}\right|=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+3x^2}-1\right)\left(\sqrt{1+3x^2}+1\right)}{x^2(1+x)\left(\sqrt{1+3x^2}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+3x^2}\right)^2-1^2}{x^2(1+x)\left(\sqrt{1+3x^2}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{3x^2}{x^2(1+x)\left(\sqrt{1+3x^2}+1\right)}=\frac{3}{(1+0)\left(\sqrt{1+3*0^2}+1\right)}=3;$$

$$в)\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 3x}{2\sin^2 x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{(3x)^2}*(3x)^2\frac{x^2}{\sin^2 x}*\frac{1}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{(3x)^2}*\frac{x^2}{\sin^2 x}*9=$$

$$=1*1*9=9$$

$$г)\lim_{x\to\infty}(x-5)[\ln(x-3)-\ln x]=\lim_{x\to\infty}(x-5)\ln\frac{x-3}{x}=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\frac{x-3}{x}\right)^{x-5}=\lim_{x\to\infty}\ln\left[\left(1-\frac{3}{x}\right)^{-\frac{x}{3}}\right]^{-3}*\left(1-\frac{3}{x}\right)^{-5}=$$

$$=\ln e^{-3}-1=-3.$$

Задачи 107, 117, 127, 137

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№127

$f(x)=14^{\frac{1}{6-x}};\quad x_1=4;\ x_2=6$

1) Фугкция определена для x_1 за исключением $x=6$, т.е. $D(y)=(-\infty;6)\cup(6;+\infty)$

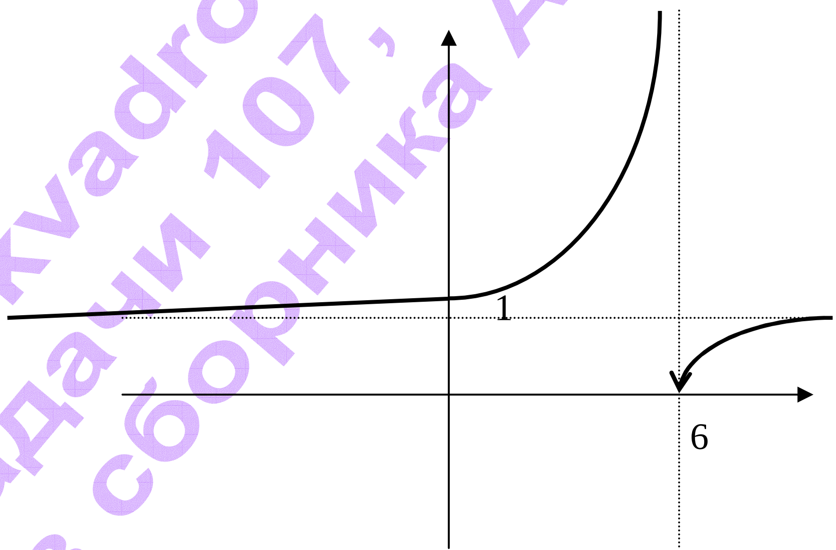
Таким образом, $x_2=6$ является точкой разрыва функции; x_1 – не является точкой разрыва.

2) $\lim\limits_{x\to 6-0} 14^{\frac{1}{6-x}}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to 6+0} 14^{\frac{1}{6-x}}=0$

3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} 14^{\frac{1}{6-x}}=1$

$\Rightarrow$ $y=1$ - горизонтальная асимптота графика.



№137

$$f(x)=\begin{cases}-(x+1), & \text{если } x\ge -1\\ (x+1)^2, & \text{если } -1<x\le 0\\ x, & \text{если } x>0\end{cases}$$

Функция неопределна инепрерывна внутри интервалов (-∞;-1);(1;0) и (0;+∞).

Исследуем её на непрерывность точках $x_1=-1;\ x_2=0$

$$\lim_{x\to -1-0} f(x)=\lim_{x\to -1-0} -(x+1)=0$$

$$\lim_{x\to -1+0} f(x)=\lim_{x\to -1+0} (x+1)^2=0$$

$\Rightarrow$ x = -1 не являтся точкой разрыва

$$\lim_{x\to -0} f(x)=\lim_{x\to +0} x=0$$

$\Rightarrow x=0$ - точка разрыва функции.