

№528

$$p = 0,8$$

$$n = 125$$

$$75 \leq k \leq 90$$

Решение:

$$P_n(75 \leq k \leq 90) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right)$$

$$\Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \Phi\left(\frac{90 - 125 * 0,8}{\sqrt{125 * 0,8 * 0,2}}\right) = \Phi(-2,236) = -0,4875$$

$$\Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) = \Phi\left(\frac{75 - 125 * 0,8}{\sqrt{125 * 0,8 * 0,2}}\right) = \Phi(-5,59) = -0,5$$

$$P_n(75 \leq k \leq 90) \approx -0,4875 + 0,5 = 0,0125.$$

№538

x_1, x_2

$x_1 < x_2$

$P_1 = 0,6; \quad M(x) = 3,4; \quad D(x) = 0,24$

Решение:

Найдем p_2 из условия $\sum_i p_i = 1; \quad p_1 + p_2 = 1; \quad p_2 = 1 - p_1 = 1 - 0,6 = 0,4$

Математическое ожидание $M(x) = \sum_i x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 = x_1 * 0,6 + x_2 * 0,4 = 3,4$

Дисперсия $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = x_1^2 * 0,6 + x_2^2 * 0,4 - (3,4)^2 = 0,21$

Имеем систему:

$$\begin{cases} 0,6x_1 + 0,4x_2 = 3,4 \\ 0,6x_1^2 + 0,4x_2^2 - (3,4)^2 = 0,24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 17 \\ 3x_1^2 + 2x_2^2 = 59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{17 - 2x_2}{3} \\ 3\left(\frac{17 - 2x_2}{3}\right)^2 + 2x_2^2 = 59 \end{cases} \Rightarrow$$

Отсюда $x_1 = \frac{17 - 2x_2}{3}$ и $\frac{289 - 68x_2 + 4x_2^2}{3} + 2x_2^2 = 59$

$289 - 68x_2 + 4x_2^2 + 6x_2^2 = 177 \Rightarrow 10x_2^2 - 68x_2 + 112 = 0 \Rightarrow$

$5x_2^2 - 34x_2 + 56 = 0$ Тогда дискриминант $D = (-34)^2 - 4 * 5 * 56 = 36$

Корни $x_{21} = \frac{34 + 6}{10} = 4$ и $x_{22} = \frac{34 - 6}{10} = 2,8$ или

$x_{11} = \frac{17 - 2 * 4}{3} = \frac{9}{3} = 3$ и $x_{12} = \frac{17 - 2 * 2,8}{3} = 3,8$

По условию $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = 4.$

Закон распределения запишется

x_i	3	4
p_i	0,6	0,4

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Решение:

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ -\sin x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} 0dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (-\sin x)x dx + \int_0^{\infty} 0dx = - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin x x dx = x \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x dx =$$

$$= \left. \begin{array}{l} x = u \quad dx = du \\ \sin x dx = dv \quad v = -\cos x \end{array} \right| = x \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 = 0 \cos 0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin 0 + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 - 0 - 0 - 1 = -1$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 x^2 (\sin x) dx - (-1)^2 = x^2 \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 2x \cos x dx - 1 =$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = u \quad 2x dx = du \\ \sin x dx = dv \quad v = \cos x \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} x = 4 \quad dx = du \\ \cos x dx = dv; \quad v = \sin x \end{array} \right|$$

$$= x^2 \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - 2x \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 + 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin x dx - 1 = x^2 \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - 2x \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - 2 \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - 1 =$$

$$= 0 - 0 - 0 + (-1) * (-\pi) - 2 + 0 - 1 = \pi - 3 = 0,14159.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 8. Номера 528, 538, 548, 558, 568,578

№558

$$a = 3$$

$$\sigma = 2$$

$$\alpha = 3$$

$$\beta = 10$$

Решение:

Вероятность того, что случайная величина x приняла значение из интервала $[\alpha, \beta]$ равна:

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

Подставляем значение a, σ, α, β :

$$P(3 < x < 10) = \Phi\left(\frac{10 - 3}{2}\right) - \Phi\left(\frac{3 - 3}{2}\right) = \Phi(3,5) - \Phi(0) = 0,49968 - 0 = 0,49968.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 8. Номера 528, 538, 548, 558, 568,578

№568

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Решение:

$$\begin{aligned} P_2 &= \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 * 0,9 + 0,1 * 0,2 & 0,9 * 0,1 + 0,1 * 0,8 \\ 0,2 * 0,9 + 0,8 * 0,2 & 0,2 * 0,1 + 0,8 * 0,8 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0,81 + 0,02 & 0,09 + 0,08 \\ 0,18 + 0,16 & 0,02 + 0,64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,83 & 0,17 \\ 0,34 & 0,66 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 8. Номера 528, 538, 548, 558, 568,578

№578

$$\bar{x} = 75,10, \quad n = 169, \quad \delta = 13, \quad \gamma = 0,95$$

Для нахождения доверительности интервала, для a воспользуемся формулой:

$$\bar{x} - 1,96 \frac{\delta}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 1,96 \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

$$75,10 - 1,96 \frac{13}{\sqrt{169}} < a < 75,10 + 1,96 \frac{13}{\sqrt{169}}$$

$$73,14 < a < 77,06.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 8. Номера 528, 538, 548, 558, 568,578