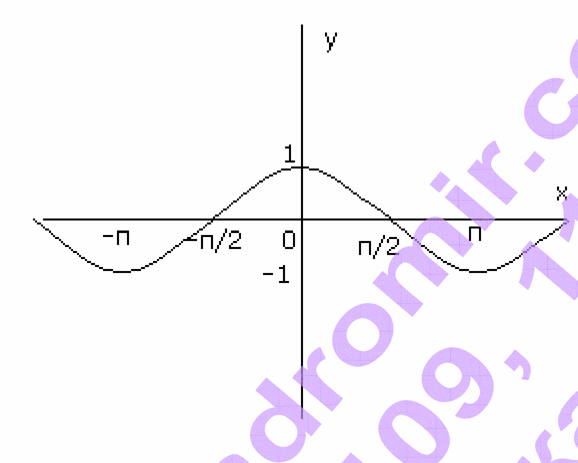
№109

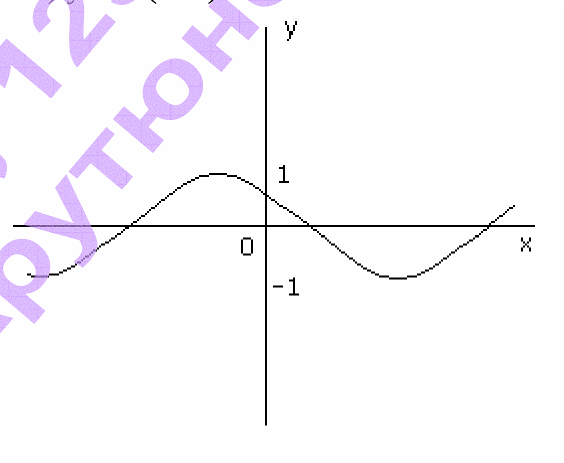
y=-2cos(x+1)

В качестве исходного возьмём график функции y=cosx. Затем строим график функции y=cos(x+1) сдвигом на 1 влево; после этого строим график функции y=2cos(x+1) растяжением в 2 раза вдоль оси ординат последнего графика. И, наконец, получаем искомый график функции y=-2cos(x+1) путём зеркального отображения относительно оси абсцисс.

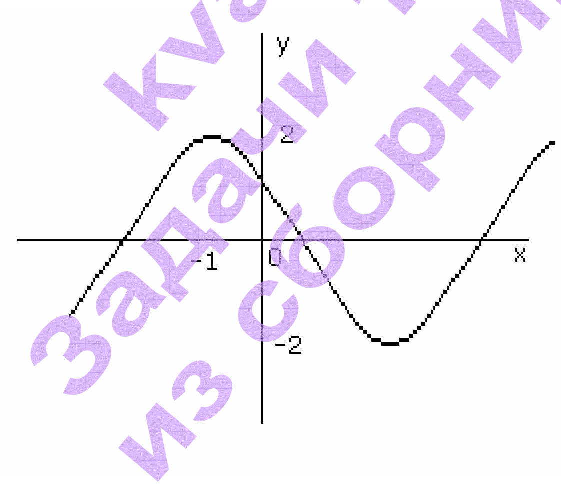
1) y=cosx



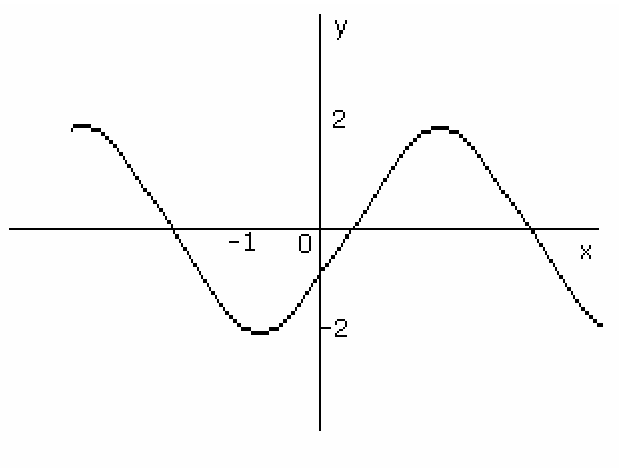
2) y=cox(x+1)



3) y=2cos(x+1)



4) t=-2cos(x+1)



Задачи 109, 119, 129, 139

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№ 119

$$а)\lim_{x\to\infty}\frac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim\frac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{7-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^4}}{1+\frac{3}{x^4}}=7$$

$$б)\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x(x-5)}=\lim_{x\to5}\frac{\left(\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}\right)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+6}\right)}{x(x-5)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+6}\right)}=\lim_{x\to5}\frac{1+3x-2x-6}{x(x-5)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+6}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{x-5}{x\left((x-5)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+6}\right)\right)}=\lim_{x\to5}\frac{1}{x\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+6}\right)}=\frac{1}{5*2\sqrt{16}}=\frac{1}{10\sqrt{16}}=\frac{1}{40}$$

$$в)\lim_{x\to0}\frac{1-\cos4x}{2xtg2x}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos4x}{2xtg2x}=\lim_{x\to0}\left(\frac{1-\cos4x}{2}*\frac{1}{xtg2x}\right)=\lim_{x\to0}\frac{\sin^2 2x}{xtg2x}=\lim_{x\to0}\frac{\sin^2 2x\cos2x}{x\sin2x}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sin2x}{x}*\cos2x=2*1=2$$

$$г)\lim_{x\to2}(3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}=(1^\infty)$$

$$\lim_{x\to2}(3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}=\left|\begin{array}{l} t=\frac{1}{x-2};\ x=\frac{1}{t}+2;\ \frac{1+2t}{t} \\ \text{при } x\to2\ t\to\infty\end{array}\right|=\lim_{x\to2}\left(\frac{3}{t}+6-5\right)^{\frac{t\left(\frac{2}{t}+4\right)}{\frac{1}{t}+4}}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{t}\right)^{\frac{t\left(2+\frac{4}{t}\right)}{1+4t}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{3}{t}\right)^{\frac{t}{3}}\right]^{\frac{6+12t}{1+4t}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{12t+6}{4t+1}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12t+6}{4t+1}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12+\frac{6}{t}}{4+\frac{1}{t}}}=e^3.$$

№129

$f(x) = 11^{\frac{1}{4+x}}, \quad x_1 = -4; \quad x_2 = -2$

При x = -2 функция непрерывна, так как $\lim\limits_{x\to -2} 11^{\frac{1}{4+x}} = \sqrt{11}$

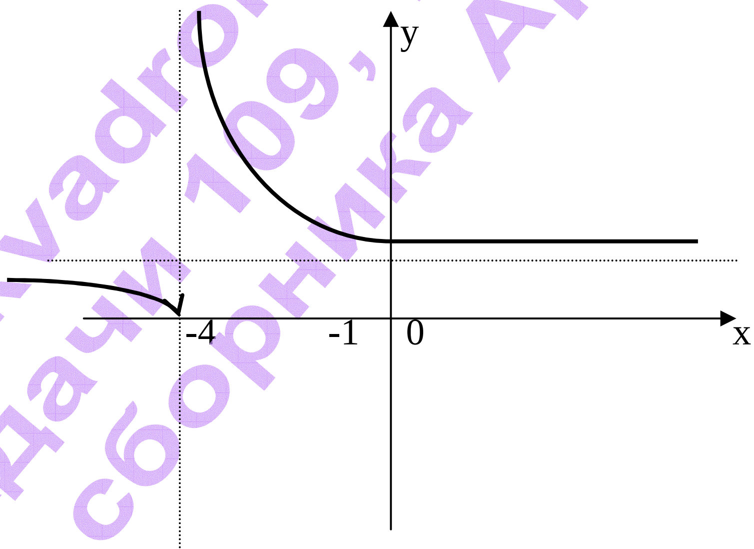
При x = -4 функция разрывается, так как предел существует

Найдём пределы слева и справа от этой точки

$$\lim_{x\to -4-0} f(x) = \lim_{x\to -4-0} 11^{\frac{1}{4+x}} = 11^{\frac{1}{4+(-4-0)}} = 11^{\frac{1}{4-4-0}} = 11^{\frac{1}{-0}} = 11^{-\infty} = \frac{1}{11^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to -4+0} f(x) = 11^{\frac{1}{4+(-4+0)}} = 11^{\frac{1}{0}} = 11^{+\infty} = +\infty$$

Сделаем чертёж (схематично):



Задачи 109, 119, 129, 139

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik.html

№139

$$f(x)=\begin{cases}-2x, & x\le 0\\ x^2+1, & 0<x\le 1\\ 2, & ,>1\end{cases}$$

На интервале (-∞;0), (1;+∞) функция f(x) непрерывна как линейная. На интервале (0;1) f(x) непрерывна как квадратичная.

Исследуем точки $x=0$ и $x=1$ на непрерывность

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}-2x=0$ – левосторонний предел функции f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}x^2+1=1$ – правосторонний предел функции f(x) при $x\to 0$

$\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)\ne\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)$, т.е. $x=0$ - точка разрыва функции f(x) I рода

$\lim\limits_{x\to 1+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}2$ – правосторонний предел функции f(x) при $x\to 1$

$\lim\limits_{x\to 1-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}x^2+1=2$ – левосторонний предел функции f(x) при $x\to 1$

$\lim\limits_{x\to 1-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 1+0} f(x)=f(1)=2$, т.е. $x=1$ - точка непрерывности

Строим график:

При $x\in(-\infty;0]$ график функции f(x) - прямая

При $x\in(0;1)$ график функции f(x) - парабола

При $x\in(1;+\infty)$ гафик функции f(x) - прямая $y=2$