

№529

$A = \{ \text{деталь без дефекта} \}$

$H_1 = \{ \text{деталь изготовлена на первом станке} \}$

$H_2 = \{ \text{деталь изготовлена на втором станке} \}$

$H_3 = \{ \text{деталь изготовлена на третьем станке} \}$

$$p\left(\frac{A}{H_1}\right) = 0,7$$

$$p\left(\frac{A}{H_2}\right) = 0,8$$

$$p\left(\frac{A}{H_3}\right) = 0,9$$

$$p(H_1) = 0,1; \quad p(H_2) = 0,3; \quad p(H_3) = 0,6$$

По формуле полной вероятности:

$$p(A) = \sum_{i=1}^n p(H_i) p\left(\frac{A}{H_i}\right)$$

Находим:

$$p(A) = 0,1 * 0,7 + 0,3 * 0,8 + 0,6 * 0,9 = 0,07 + 0,24 + 0,54 = 0,85.$$

№539

$$p_1 = 0,4; \quad M(x) = 3,6; \quad D(x) = 0,24; \quad x_1 < x_2$$

$$\text{Найдём } p_2 = 1 - p_1 = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 = 3,6$$

$$x_1 * 0,4 + x_2 * 0,6 = 3,6$$

$$x_1 = 9 - 1,5x_2$$

$$D(x) = M(x^2) - [M(x)]^2 = 0,24$$

$$x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 - 3,6^2 = 0,24$$

$$x_1^2 * 0,4 + x_2^2 * 0,6 - 13,2 = 0$$

$$x_1^2 + 1,5x_2^2 - 33 = 0$$

Подставляем в это уравнение выражение для x_1 :

$$(9 - 1,5x_2)^2 + 1,5x_2^2 - 33 = 0$$

$$81 - 27x_2 + 2,25x_2^2 + 1,5x_2^2 - 33 = 0$$

$$3,75x_2^2 - 27x_2 + 48 = 0$$

$$x_2^2 - 7,2x_2 + 12,8 = 0$$

$$D = 51,84 - 51,2 = 0,64$$

$$x_2^{(1)} = \frac{7,2 + 0,8}{2} = 3,2; \quad x_2^{(2)} = \frac{7,2 - 0,8}{2} = 4$$

$$x_1^{(1)} = 9 - 1,5 * 3,2 = 4,2 - \text{не удовлетворяет условию } x_1 < x_2$$

$$x_1^{(2)} = 9 - 1,5 * 4 = 3$$

Искомый закон распределения:

x	3	4
p	0,4	0,6

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 9. Номера 529, 539, 549, 559, 569, 579

549

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2\sin x, & 0 < x \leq \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

Плотность распределения

решение

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2\cos x, & 0 < x \leq \pi/6 \\ 0, & x > \pi/6 \end{cases}$$

Математическое ожидание

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = 2 \int_0^{\pi/6} x \cos x dx = \left. \begin{array}{l} u=x \\ dv=\cos x dx \\ du=dx \\ v=\sin x \end{array} \right|_0^{\pi/6} =$$

$$= 2 \left(x \sin x \Big|_0^{\pi/6} - \int_0^{\pi/6} \sin x dx \right) = 2 \left(\frac{\pi}{12} + \cos x \Big|_0^{\pi/6} \right) = 2 \left(\frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{6} - \cos 0 \right) = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} - 2;$$

Дисперсия

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (x-M)^2 f(x) dx = \int_0^{\pi/6} (x^2 - 2Mx + M^2) \cdot 2\cos x dx = 2 \int_0^{\pi/6} x^2 \cos x dx - M^2 =$$

$$= \left. \begin{array}{l} u=x^2 \\ dv=\cos x dx \\ du=2x dx \\ v=\sin x \end{array} \right|_0^{\pi/6} = 2 \left(x^2 \sin x \Big|_0^{\pi/6} - 2 \int_0^{\pi/6} x \sin x dx \right) - M^2 = 2 \frac{\pi^2}{36} \cdot \frac{1}{2} - 4 \int_0^{\pi/6} x \sin x dx - M^2 = \left. \begin{array}{l} u=x \\ dv=\sin x dx \\ du=dx \\ v=-\cos x \end{array} \right|_0^{\pi/6} =$$

$$= \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 - M^2 - 4 \left(x \cos x \Big|_0^{\pi/6} + \int_0^{\pi/6} \cos x dx \right) = \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 - M^2 + \frac{4\pi\sqrt{3}}{6 \cdot 2} - 4 \sin \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 - \left(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3} - 2 \right)^2 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - 2 =$$

$$= \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 - \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 - 3 - 4 - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \frac{2\pi}{3} + 4\sqrt{3} + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - 2 = \frac{2\pi}{3} + 4\sqrt{3} - 9;$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.
Контрольная работа 12. Вариант 9. Номера 529, 539, 549, 559, 569, 579

№559

$$a = 2; \sigma = 5; \alpha = 4; \beta = 9$$

Вероятность распределения величины x в интервале $(\alpha; \beta)$ найдём по формуле:

$$p(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

Находим:

$$p(4 < x < 9) = \Phi\left(\frac{9-2}{5}\right) - \Phi\left(\frac{4-2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = \Phi(1,4) - \Phi(0,4) = 0,4192 - 0,1554 = 0,2638.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.

Контрольная работа 12. Вариант 9. Номера 529, 539, 549, 559, 569, 579

№569

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

$$p_2 = p_1^2$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,64+0,04 & 0,16+0,16 \\ 0,16+0,16 & 0,04+0,64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,68 & 0,32 \\ 0,32 & 0,68 \end{pmatrix}.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.

Контрольная работа 12. Вариант 9. Номера 529, 539, 549, 559, 569, 579

№579

$$\bar{x} = 75,09; n = 196; \sigma = 14; \gamma = 0,95$$

Доверительный интервал найдём по формуле:

$$\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Получаем:

$$75,09 - 1,96 \frac{14}{\sqrt{196}} < a < 75,09 + 1,96 \frac{14}{\sqrt{196}}$$

$$73,13 < a < 77,05.$$

http://kvadromir.com/arutunov_sbornik_12.html — решебник Арутюнова Ю.С.

Контрольная работа 12. Вариант 9. Номера 529, 539, 549, 559, 569, 579